



# **Visualisierung von Modellierungsentscheidungen und Unsicherheiten in virtuellen Rekonstruktionen**

Tobias Isenberg

*isenberg@cs.uni-magdeburg.de*

Magdeburg, 25. Januar 1999

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einleitung und Motivation</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Verwandte Arbeiten</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Historischer Hintergrund</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Zusätzliches Wissen über Modelle</b>	<b>5</b>
4.1	Zusammenhänge in Modellen . . . . .	5
4.2	Die Visualisierung von Unsicherheiten in Modellen . . . . .	7
4.3	Begriffsdefinitionen . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Hybride Graphiken</b>	<b>8</b>
5.1	Positionierung der Rekonstruktion in ein Grabungsfoto . . . . .	9
5.2	Visualisierung von Analogieschlüssen . . . . .	11
5.3	Kombinationen . . . . .	11
5.4	Kritik . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Visualisierung mit Liniengraphiken</b>	<b>14</b>
6.1	Visualisierung mit dem System AncientVis . . . . .	15
6.2	Kritik . . . . .	18
6.3	Erweiterungen und zukünftige Arbeiten . . . . .	19
6.4	Ausblick: Mögliche Erweiterung des Pfadansatzes für Liniengraphiken	19
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>22</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>23</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>23</b>
	<b>Literatur</b>	<b>23</b>

## 1 Einleitung und Motivation

In den Sechziger Jahren wurden während Ausgrabungen auf dem Domplatz von Magdeburg auf einer großen Fläche zusammenhängende Mauerreste gefunden. Bald stellte sich heraus, daß es sich hierbei um die Fundamente der Pfalz Ottos des Großen handelte. Für die Ausstellung „Otto der Große – Magdeburg – Europa“ im Jahre 2001 wird diese Kaiserpfalz virtuell rekonstruiert und interaktiv erlebbar für Besucher gemacht. Dazu wurde mit der Modellierungssoftware 3d-Studio MAX R2.5 ein Geometriemodell erarbeitet, mit dem photorealistische Bilder der virtuellen Rekonstruktion erstellt werden können – z. B. in Form eines Videos einer Kamerafahrt durch die Pfalz.

Diese Bilder erlauben es jedoch nicht, den Entwurfscharakter des Modells darzustellen oder die Entscheidungen zu visualisieren, die zu dem Modell geführt haben. Durch ein photorealistisches Rendering gehen wesentliche Informationen verloren. Thema dieser Arbeit ist es, Methoden zur Visualisierung eben dieser zusätzlichen Informationen in Bildern von virtuellen Rekonstruktionen zu entwickeln und ein System vorzuschlagen, das diese Bilder generieren kann. In den resultierenden Bildern soll die dem Modell zugrundeliegende Logik erkennbar sein. Weiterhin soll ersichtlich sein, daß die Rekonstruktion eine gewisse Unsicherheit in sich birgt<sup>1</sup>.

## 2 Verwandte Arbeiten

Dem Gebiet der virtuellen Rekonstruktion, d.h. der Wiedersichtbarmachung nicht mehr vorhandener historischer Gebäude, wurde in den letzten Jahren ein besonderes Interesse gewidmet. So wurde zum Beispiel die Dresdener Frauenkirche in ihrem ehemaligen Aussehen unter der Leitung von IBM visualisiert, um damit den realen Wiederaufbau der Kirche zu unterstützen<sup>2</sup>. Ein weiteres derartiges Projekt ist die Rekonstruktion der in Frankfurt am Main von den Nazis in der Prognomnacht vom 9. zum 10. November 1938 zerstörten jüdischen Synagogen durch Architekturstudenten an der TH Darmstadt<sup>3</sup>. Zuletzt soll noch als Beispiel die Visualisierung eines unvollendeten Bauvorhabens des Bayrischen Königs Ludwig II. – Schloß Falkenstein<sup>4</sup> – von der Autodesk GmbH und bb-digital aus München genannt werden. Obwohl das Schloß nie existiert hatte, war dort mit ähnlichen Problemen zu kämpfen wie in virtuellen Rekonstruktionen, weil auch hier wie in den anderen Fällen Pläne

---

<sup>1</sup>Teile des im folgenden beschriebenen wurden in [SMI99] zur Veröffentlichung eingereicht.

<sup>2</sup>[http://www.rti.org/hypo\\_etc/frauenkirche.html](http://www.rti.org/hypo_etc/frauenkirche.html), <http://btp2x1.phy.uni-bayreuth.de/~ekki/frauenkirche/MASON.HTM>, <http://www.ibm.com/IBM/ThinkMag/tank/virt/main.html>

<sup>3</sup>[http://www.cad.architektur.th-darmstadt.de/architectura\\_virtualis/Juedische\\_Sakralbauten/start.html](http://www.cad.architektur.th-darmstadt.de/architectura_virtualis/Juedische_Sakralbauten/start.html)

<sup>4</sup><http://www.autodesk.de/ludwig/index.htm>

und Zeichnungen des Objektes existierten, das Objekt selbst aber nicht existierte. In Abbildung 1 sind Bilder einiger der angeführten Rekonstruktionen abgebildet.



**Abbildung 1:** Bilder der virtuellen Rekonstruktion der Dresdener Frauenkirche, der Hauptsynagoge in Frankfurt/Main und des Schlosses Falkenstein

[FS97] gibt einen umfassenden Überblick über virtuelle Rekonstruktionen von antiken Ausgrabungsstätten und damit vor allem deutlich älteren Bauwerken. Die Autoren beschränken sich jedoch nicht nur auf virtuelle Rekonstruktionen, sondern beschreiben auch den Einsatz des Computers auf dem Gebiet der Archäologie im allgemeinen.

Allerdings gibt es auf dem Bereich der Visualisierung der Ungewißheit in solchen Rekonstruktionen, insbesondere wenn weit weniger Informationen zu den Vorbildern bekannt ist, noch recht wenig Forschung. Erste Ansätze zur Visualisierung von Ungewißheit liefert Gershon [Ger98]. Neben der Motivation zur Darstellung von Unsicherheit schlägt er die Verwendung von Linienattributen, Pfeilen, Unschärfe, Transparenz, schematischen statt realen Objekten und von mehreren überlagerten Bildern eines Objektes zur Visualisierung von Unsicherheit vor.

Sehr viel spezifischer beschäftigt sich eine Arbeitsgruppe um Alex T. Pang und Suresh K. Lodha an der *University of California – Santa Cruz* mit der Visualisierung von Unsicherheit<sup>5</sup>. Deren Arbeiten befassen sich allerdings mehr mit Sichtbarmachung numerischer Ungenauigkeit von Meßdaten, unter anderem auch von geometrischen Meßdaten [LSPW96]. Pang et al. definieren, daß Unsicherheit „statistische Variationen oder Verteilung, Fehler und Differenzen, Minimum-Maximum-Bereichswerte, verrauschte oder fehlende Daten“ umfaßt [PWL97]. Die von ihnen vorgeschlagenen Hilfsmittel – *Glyphs* – sind allerdings im Falle der Visualisierung von nicht mehr existenter Architektur nicht anwendbar, da es bei den zu visualisierenden Gebäuden um *Unsicherheit* und nicht wie bei numerischen Daten um *Ungenauigkeit* geht.

---

<sup>5</sup><http://www.cse.ucsc.edu/research/slv/unvis.html>

### 3 Historischer Hintergrund

Bevor jetzt jedoch auf die Visualisierung der Magdeburger Kaiserpfalz eingegangen wird, soll im folgenden erst kurz der historische Hintergrund näher beleuchtet werden.

Magdeburg war während der Herrschaftszeit Ottos I. um 950 neben Byzanz und Rom eines der Machtzentren in Europa. Auf Befehl Ottos, der Magdeburg zu seinem bevorzugten Aufenthaltsort erhoben hatte, wurde um diese Zeit hier eine mittelalterliche Pfalzanlage gebaut, die eines der bedeutendsten nicht-sakralen Bauwerke der ottonischen Epoche darstellt. In der damaligen Zeit war es nicht üblich, das Land von einer einzigen Hauptstadt aus zu regieren. Stattdessen wurde sogenanntes Reisekaiser- bzw. Reisekönigtum praktiziert, wobei der Herrscher von Stadt zu Stadt zog, dort Hof hielt und Recht sprach. Dazu wurden sogenannte Pfalzanlagen als herrschaftliche Reisestationen benutzt. Um seinen Anspruch als mächtigster Herrscher der damaligen Zeit zu bekräftigen, befahl Otto um 955, die Magdeburger Pfalz sehr prachtvoll auszubauen.

In der Zeit der Nachfolger Ottos I. verfiel die Pfalzanlage jedoch zusehends. Vom großen Stadtbrand Magdeburgs 1207 war die Pfalz zwar nicht betroffen, wurde danach jedoch abgetragen und das Baumaterial zum Neubau des heute noch stehenden gotischen Dom benutzt. Erst während Ausgrabungen in den Sechziger Jahren dieses Jahrhunderts wurden – wie schon in Abschnitt 1 erwähnt – Reste der Pfalzanlage wiederentdeckt.

### 4 Zusätzliches Wissen über Modelle

Neben den Geometriedaten, die in einem typischen Modell eines 3D-Rendering-Systems wie z. B. 3d-Studio MAX R2.5 oder Alias|*wavefront* abgespeichert werden, sind jedoch noch weitere Information für die Visualisierung wichtig. Diese sollen im folgenden konkret am Beispiel der virtuellen Rekonstruktion der Magdeburger Kaiserpfalz näher erläutert werden.

#### 4.1 Zusammenhänge in Modellen

Die Entscheidungen, die bei der Erstellung eines Modells eines nicht mehr existenten historischen Gebäudes in die Modellbildung eingeflossen sind, lassen sich in verschiedene Kategorien einteilen. Eine Klassifizierung bietet sich an, da die Modellierungsentscheidungen entsprechend ihrer Natur gewissen Gruppen angehören. Auch lassen sich den verschiedenen Kategorien zum Teil gewisse Sicherheiten zuordnen. So sind Ausgrabungsbefunde augenscheinlich mit weniger Unsicherheit behaftet als kausale Zusammenhänge oder Analogieschlüsse. Die Einteilung in Kategorien ist auch

vorteilhaft, um dem Benutzer die Informationen vorverarbeitet anzubieten und ihn nicht durch eine große Anzahl von Einstellungsmöglichkeiten vom wesentlichen Ziel der Visualisierung abzulenken. Die Kategorien, die bei der Modellierung der Magdeburger Kaiserpfalz eine Rolle gespielt haben, sind in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Typ	Erläuterung
Grundbedingungen	Physik, Statik
Rahmenbedingungen	Allgemeine Baurichtlinien der Zeitepoche und des Baustils
Ausgrabungsbefunde	in der Ausgrabung gefundene Reste
Kausale Zusammenhänge	aus den Grabungsbefunden direkt ableitbare Gegebenheiten
Analogieschlüsse	Modellierung nach anderen Bauten der romanischen Zeit

**Tabelle 1:** Klassifikation der Modellierungsentscheidungen

Eine weitere Erläuterung dieser Rubriken mit Beispielen, die bei der Modellierung der Magdeburger Kaiserpfalz benutzt wurden, kann der folgenden Auflistung entnommen werden, die jedoch keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt. Exemplarisch sei das erste der folgenden Beispiele ausformuliert:

*Aus der gefundenen Mauerbreite läßt sich anhand von Physik und Statik auf eine wahrscheinliche Mauerhöhe schließen, weil sich bei einer gewissen Mauerdicke nur eine bestimmte Mauerhöhe ergeben kann.*

**Grundbedingungen:**

- Mauerbreite  $\Rightarrow$  Mauerhöhe
- Säulenabstand  $\Rightarrow$  Säulenhöhe

**Rahmenbedingungen:**

- symmetrische Bauweise
- flache Holzdecken
- Rundbögen
- runde, glatte Säulen
- Thron steht an exponiertester Stelle des Raumes

**Ausgrabungsbefunde:**

- Grundriß

- Maße: Breite, Tiefe des westlichen Teils der Pfalz
- Säulenabstand
- Mauerdicke
- Bestandteile des Baus: Vorbau, Hauptgebäude, Türme
- Teil von aufgehendem Mauerwerk mit Mauersteinen von sehr unterschiedlicher Größe
- Treppenspindeln

**Kausale Zusammenhänge:**

- Treppenspindeln  $\Rightarrow$  2 Stockwerke (starke Indizien)
- Kreuzpunkte der Grundmauern  $\Rightarrow$  Säulen  $\Rightarrow$  2 Stockwerke
- Doppelsapsiden  $\Rightarrow$  beide Seiten offen, eine nach außen, eine nach innen
- aufgehendes Mauerwerk mit unterschiedlichen Steingrößen  $\Rightarrow$  Mauern mit unterschiedlich großen Steinen erbaut (hohe Sicherheit)

**Analogien:**

- Apsis der Pfalzkapelle in Aachen  $\Rightarrow$  Apsis der Kaiserpfalz

Die Klassifizierung in verschiedene Kategorien von Zusammenhängen läßt sich jedoch sicher nicht eindeutig entscheiden, da verschiedene Kategorien auch miteinander zusammenhängen oder nicht eindeutig zugeordnet sind. So sind die Rahmenbedingungen des vorherrschenden Baustils der Romanik natürlich von noch vorhandenen Bauwerken abgeleitet, und so gesehen sind sie auch eine Art Analogieschluß. Auch kausale Zusammenhänge wie die Schlußfolgerung von einem Mauerrest auf andere Mauern des Gebäudes ist ein Analogieschluß, nur daß als Analogie ein gefundener Rest des modellierten Gebäudes dient. Dieser erlaubt auf der anderen Seite natürlich auch eine viel höhere Sicherheit der Schlußfolgerung.

## 4.2 Die Visualisierung von Unsicherheiten in Modellen

Wie in Abschnitt 1 bereits angedeutet wurde, ist die Visualisierung von Sicherheit (bzw. Unsicherheit) in einer virtuellen Rekonstruktion sehr wichtig. Allerdings werden Unsicherheiten von Historikern und Archäologen i. A. nur verbal verklausuliert, da eine zu genaue Aussage meist nicht mit ausreichend Fakten belegt werden kann. Es gibt keine Klassifizierung der benutzten Begriffe wie „sicher,“ „glaubwürdig“ oder „wahrscheinlich,“ die von Historikern häufig verwendet werden. Um jedoch verschiedene Arten von Unsicherheit mit dem Computer visualisieren zu können, muß zuerst eine numerische Spezifikation der Unsicherheitsbegriffe vorgenommen

werden. So könnte z.B. jedem Objekt ein Sicherheitsfaktor aus dem Intervall  $[0, 1]$  zugeordnet werden. Diese Werte müssen dann je nach der von den Historikern angegebenen Glaubwürdigkeit geschätzt werden. So könnte z.B. „sicher“ ein Wert von 0,9, „wahrscheinlich“ ein Wert von 0,7 und „glaubwürdig“ ein Wert von 0,5 zugeordnet werden.

### 4.3 Begriffsdefinitionen

Wie weiter oben bereits zitiert, betrachten Pang et al. den Begriff Unsicherheit als vorwiegend Meßwertungenauigkeit. In einem anderen Bereich der Informatik, der Fuzzy-Logik, wird ebenfalls Unsicherheit, so wie sie umgangssprachlich verwendet wird, mathematisch abgebildet. Die Fuzzy-Logik assoziiert Unsicherheit mit Zufallsmechanismen bzw. mit subjektiver Einschätzung [KGK95].

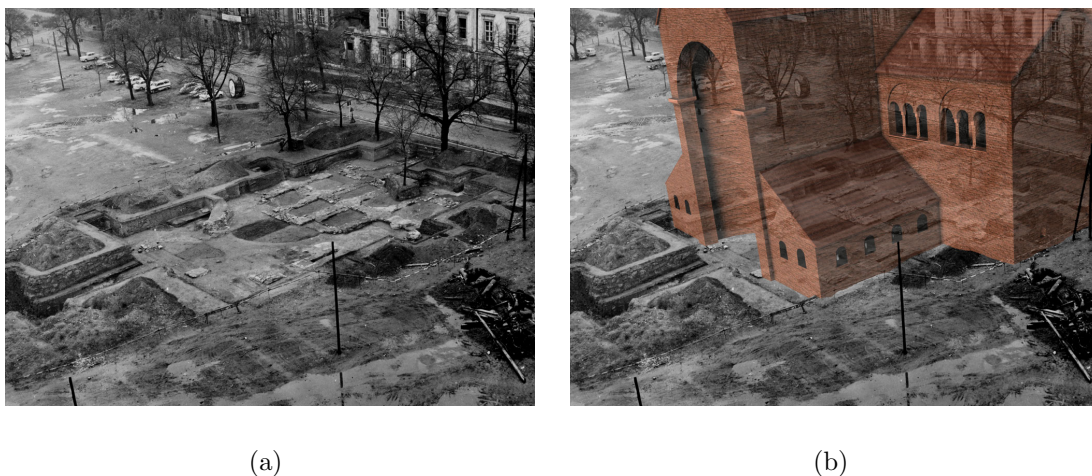
Weiterhin muß allerdings darauf geachtet werden, daß der Begriff *Unsicherheit* nicht mit *Ungenauigkeit* oder *Impräzision* verwechselt wird. *Ungenauigkeit* ist in diesem Fall nicht anwendbar, da sie eine Meßabweichung von einem Original angibt. Das Original ist jedoch im vorliegenden Fall nicht mehr vorhanden und somit erübrigt sich die Angabe von *Ungenauigkeit*. *Unsicherheit* im hier behandelten Fall bedeutet eher *Unvollständigkeit*, da das Original wie eben beschrieben nicht mehr vorhanden ist.

Nachdem nun spezifiziert wurde, welche Informationen visualisiert werden müssen, sollen nun in den Abschnitten 5 und 6 zwei Ansätze dazu vorgestellt werden.

## 5 Hybride Graphiken

Eine erste Variante zur Darstellung der Zusammenhänge und Unsicherheiten wäre es, photorealistische Bilder zu benutzen und sie mit diesen Informationen anzureichern. Ein häufig benutztes Stilelement zur Darstellung von Unsicherheit (z. B. in Filmen bei Traumszenen) ist die Verwendung von Transparenz, wie in [Ger98] vorgeschlagen oder auch in [FS97] verwendet wird. Um gleichzeitig den kausalen Zusammenhang zwischen den Ausgrabungsbefunden in Form eines Grundrisses darstellen zu können, kann das transparente Bild der virtuellen Rekonstruktion mit einem Foto der Ausgrabungstelle überlagert werden. Hierbei muß das Modell allerdings mit einer Kamera mit der gleichen Position, der gleichen Blickrichtung und gleichen Kameraeigenschaften gerendert werden wie die Kamera, die das Foto aufgenommen hat, wie in Abbildung 2 am Beispiel der Kaiserpfalz dargestellt. Da diese Daten i. A. unbekannt sind, erweist sich eine exakte Überlagerung eines virtuellen mit einem realen Bild als ausgesprochen schwierig.





**Abbildung 2:** Ursprüngliches Bild der Ausgrabung und gleiches Bild mit hineingerechneter Pfalz

## 5.1 Positionierung der Rekonstruktion in ein Grabungsfoto

Um eine virtuelle Rekonstruktion in ein vorliegendes Foto hineinzurechnen ist es erforderlich, eine Sicht auf die 3D-Szene zu berechnen, die der Kamera entspricht, mit der ursprünglich das Bild aufgenommen wurde. Hierzu erlauben es 3 Punkte, die sowohl im 3D-Modell als auch im Hintergrundbild identifiziert sind, eine solche Kamera zu berechnen (Position, Linse, Öffnungswinkel, Blickrichtung).

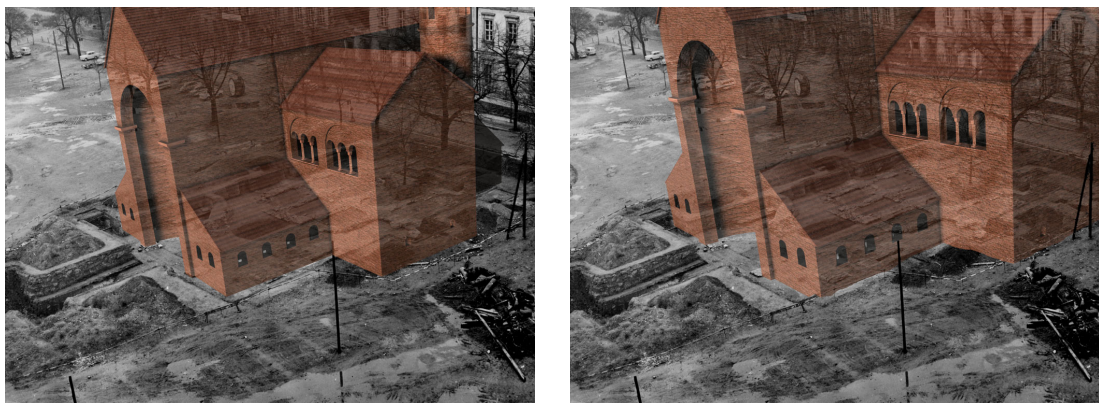
3d-Studio MAX R2.5 besitzt eine derartige Programmfunktion (genannt *Camera-Match*), bei der allerdings mindestens 5 Punkte benötigt werden. Bei der Berechnung der Kamera wird dann ein Fehler angegeben, der die Ungenauigkeit zwischen den gesetzten Punkten im Hintergrundbild und den projizierten Punkten der Kamera im Modell angibt. Dieser positive Wert sollte laut Dokumentation unterhalb von 5 liegen. Es wird allerdings nicht angegeben, wie dieser Fehler berechnet wird, welche Einheit er besitzt oder was er genau aussagt. Diese Programmfunktion wurde benutzt, um entsprechend einer Aufnahme der Ausgrabungstelle der Magdeburger Kaiserpfalz<sup>6</sup> eine Kamera im Modell der Kaiserpfalz zu berechnen<sup>7</sup>. Schwierigkeiten treten dabei auf, da manchmal keine Kamera berechnet werden kann, bzw. eine falsche Kamera berechnet wird. Dies wird im Programm damit begründet, daß bei in einer Ebene liegenden Punkten (das lag vor) keine Kameraberechnung möglich ist.

Nach geringfügigem Versetzen der Punkte wurde dann die Berechnung richtig ausgeführt. Erste Bilder (wie in Abbildung 3(a) dargestellt) zeigten die Kaiserpfalz

<sup>6</sup>Abbildung 2(a)

<sup>7</sup>Abbildung 2(b)

noch in einer falschen Größe, weil durch Ungenauigkeiten beim Setzen der Referenzpunkte im Bild eine falsche Kameraentfernung berechnet wurde. Dies führte dazu, daß das Gebäude zu klein erschien. Ein weiteres Anpassen der Punkte hat es dann ermöglicht, die Kaiserpfalz an die richtige Stelle zu setzen und auch die Größe dem Foto anzupassen. Jetzt jedoch stand die Kaiserpfalz noch schief in der Relation zum Hintergrundbild. Dies wurde dadurch verursacht, daß die Proportionen des Modellteils, der zum Anpassen an das Bild genutzt wurde, mit denen im Bild nicht ganz übereinstimmten. Durch Versetzen der Punkte und Vergleichen der Fluchten im gerenderten Gebäude mit denen im Bild, die durch Bäume und Masten gut erkennbar sind, wurde dann die Kameraposition angepaßt.



(a)

(b)

**Abbildung 3:** Vergleich: Bild mit noch zu kleiner Pfalz und Bild mit korrekt eingerechneter Pfalz

Schließlich stimmten die Positionen der Punkte auf dem Hintergrundbild allerdings nicht mehr genau mit den theoretischen Positionen überein, die im Modell spezifiziert waren. Mögliche Fehlerquellen sind eine ungenaue Modellierung, und daß das Foto zu einer Zeit entstand, als die Ausgrabung noch nicht abgeschlossen war. Auch ist es möglich, daß die sichtbare Fläche nicht in einer waagerechten Ebene liegt, was beim Setzen der Punkte im Modell angenommen wurde.

Um den 3D-Eindruck des Bildes etwas zu vervollkommen, mußten Objekte, die sich im Bild vor dem Pfalzgebäude befinden, aber von ihm nun teilweise verdeckt wurden, in einem weiteren Schritt aus dem Hintergrund ausgeschnitten und in eine Ebene über dem gerenderten Bild eingefügt werden. Dies erzeugt den Eindruck, daß sich diese Objekte nun auch wieder vor dem Objekt befinden. Auch konnte so der Eindruck erweckt werden, daß sich das Gebäude noch teilweise im Boden befindet, indem ein Teil des Bodens<sup>8</sup> in eine Bildebene über dem gerenderten Bild

<sup>8</sup>Ausgrabungsschicht ca. 2 m unter Domplatzniveau

eingefügt wurde. Das endgültige Ergebnis des hybriden Bildes zur Erläuterung des Zusammenhangs Ausgrabung  $\leftrightarrow$  Modell ist in Abbildung 3(b) dargestellt.

Mit der benutzten Programmooption von 3d-Studio MAX R2.5 wäre es weiterhin denkbar, Bilder des heutigen Domplatzes neu aufzunehmen und die Kaiserpfalz Ottos des Großen in diese Bilder hineinzurendern. Dazu wären allerdings Markierungen an signifikanten Stellen nötig, die die Position der ehemaligen Kaiserpfalz zeigen. Dies könnte im Rahmen einer geplanten Neuvermessung für ein geplantes Pfalz-Museum geschehen. Auch die Erstellung eines Videos des heutigen Platzes mit einer nachträglich hineingerechneten Kaiserpfalz wäre denkbar.

## 5.2 Visualisierung von Analogieschlüssen

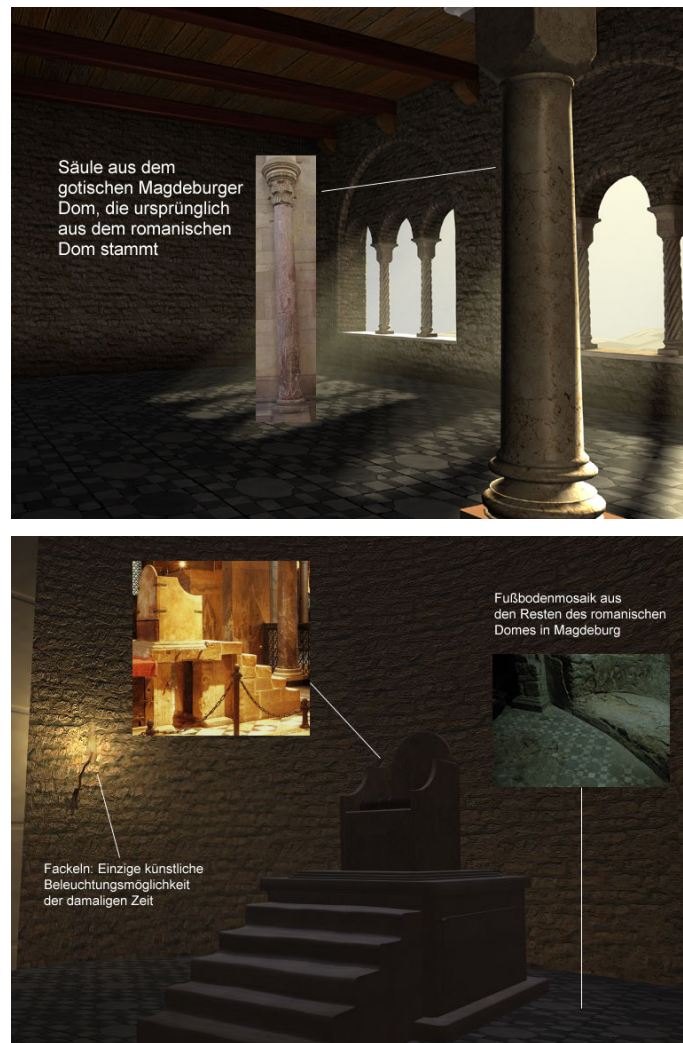
Neben den visualisierten kausalen Zusammenhängen sind Analogien eine weitere wichtige Information, die das Modell beeinflusst hat und die man im Bild darstellen will. Die Information, daß ein Modellelement (Objekt) von einem analogen realen Objekt könnte in Form von Text oder einer Referenz auf ein einzublendendes Bild mit dem Modellelement assoziiert werden. Wird eine entsprechende Visualisierung von Analogieschlüssen gewünscht, werden die entsprechenden Texte und/oder Bilder eingeblendet. Auch Grundbedingungen und Rahmenbedingungen können auf diese Weise dargestellt werden, da auch sie als Eigenschaften von Objekten (als Text und Bild) abgespeichert werden können. Zwei Beispiele für derartige Darstellungen sind in Abbildung 4 zu sehen.

## 5.3 Kombinationen

Beide vorgestellten Varianten können nun in einem Bild zusammengefaßt werden. Abbildung 5 zeigt ein Bild der Kaiserpfalz, in dem die Unsicherheit mittels Transparenz, der kausale Zusammenhang Ausgrabung  $\leftrightarrow$  Modell durch Hinterlegen eines Fotos der Ausgrabung, ein Analogieschluß durch eingeblendetes Bild und ein weiterer kausaler Zusammenhang durch Einblenden eines weiteren Bildes und von Text dargestellt wird. Hier wurden exemplarisch die Referenzen

1. Bild,
2. Text,
3. Bemaßung und
4. originales Foto mit „Zoom“-Graphik

benutzt.



**Abbildung 4:** Zwei Beispiele für zusätzliche Erklärungen in Bildern

Derartige Bilder sind als wissenschaftliche Illustrationen z. B. in Museen einsetzbar, um Besuchern das Wissen näherzubringen, das in einer virtuellen Rekonstruktion steckt. So würde nicht nur die Rekonstruktion dargestellt, sondern auch Teile des Rekonstruktionsprozesses.

## 5.4 Kritik

Der vorgestellte Ansatz ermöglicht es, auf einfache Weise sowohl Modellierungsentscheidungen, als auch Unsicherheit von virtuellen Rekonstruktionen in Bildern darzustellen. Ein Nachteil besteht allerdings darin, daß die Darstellung von Unsicherheit nicht sehr stark differenziert werden kann. Transparente Darstellungen erlauben



**Abbildung 5:** Hybrides Bild zur Erläuterung des Zusammenhangs Ausgrabung ↔ Modell mit zusätzlichen Erklärungen einzelner Elemente

nur in einem schmalen Bereich (ca. 50%-70% Transparenz) eine gute Erkennbarkeit beider Bilder. Auch können Objekte nur schwierig unterschiedliche Unsicherheiten ausdrücken. Würde man den einzelnen Objekten Unsicherheiten und damit auch Transparenzen bereits zum Zeitpunkt des Renderings zuweisen, so würden dahinter liegende Objekte sichtbar, was allerdings nicht erwünscht ist. Auch läßt sich die Transparenz nicht auf einfache Weise entlang einer Richtung variieren, um z. B. die abhängig vom Abstand vom Boden sich ändernde Unsicherheit darzustellen.

Ein bei der Kombination von Transparenz und eingeblendeten Informationen auftretendes Problem ist, daß nicht klar ist, auf welche der dargestellten Ebenen sich die Referenzen beziehen. In Abbildung 5 tritt der Fall auf, daß sich eine Referenz sowohl auf die Foto-Hintergrundebene als auch auf die Ebene eines eingeblendeten Bildes bezieht. Sie könnte sich von der Anordnung ausgehend allerdings auch auf die Ebene der transparenten Kaiserpfalz beziehen, was in der Abbildung aber nicht beabsichtigt ist.

Im vorliegenden Fall wurde ein Schwarzweiß-Foto der Ausgrabung mit einer farbigen Rekonstruktion der Kaiserpfalz überlagert. So entsteht ein starker Kontrast zwischen Hintergrund und Rekonstruktion. Dies kann beabsichtigt sein, kann aber auch ungewollt sein. Ein Einsatz eines farbigen Hintergrundbildes war nicht möglich, da keine farbigen Bilder der Ausgrabung existieren. Ein heute aufgenommenes Foto kann nicht benutzt werden, da die Markierungen zum Standort der Pfalz nicht auf dem Domplatz ersichtlich sind. Diese könnte nur eine erneute Vermessung der

Ausgrabungstelle liefern, die aber geplant ist.

## 6 Visualisierung mit Liniengraphiken

Die in Abschnitt 5 benutzten und von herkömmlichen Renderern (z. B. 3d-Studio MAX R2.5 oder Alias|*wavefront*) erzeugten photorealistischen Bilder haben für den hier betrachteten Fall der Darstellung von Unsicherheiten einen weiteren gravierenden Nachteil. Mit photorealistischen Bildern wird versucht, die Realität so gut wie möglich anzunähern und darzustellen. Dies erweckt den Eindruck von Sicherheit, Vollständigkeit, Absolutheit und Endgültigkeit, der aber im vorliegenden Fall nicht nur nicht erwünscht ist, sondern sogar vermieden werden sollte.

Betrachtet man dagegen herkömmliche wissenschaftliche Darstellungen von Rekonstruktionen (z. B. in Museen) oder auch Architekturentwürfe, so fällt auf, daß hierfür vorwiegend Liniengraphiken benutzt wurden. Dies ist einleuchtend, da Liniengraphiken (besonders ungenaue Liniengraphiken) oft den Eindruck einer Skizze und damit von Unvollständigkeit oder Unsicherheit erweckt [SPRF94], ein Eindruck welcher für Darstellungen von Rekonstruktionen gerade erwünscht ist. Daher ist es ratsam, Liniengraphiken für die Darstellung zu verwenden, da sie bereits intuitiv den Charakter von Unsicherheit vermitteln. Weiterhin läßt sich durch den Einsatz verschiedener Linienstile leicht das Ausmaß der Unsicherheit variieren. Einige Beispiele, wie nicht nur Unsicherheit durch die Verwendung verschiedener Linienstile visualisiert werden kann, sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Visualisierungszweck	Visualisierungsart
Unsicherheit	Befunde (z. B. Grundriß) mit starken Linien visualisieren, wahrscheinliche Formen mit weniger starken Linien und je nach Unsicherheit werden Linien dünner oder transparenter (d.h. z.B. mit steigender Entfernung zum Boden).
Unsicherheit	Je unsicherer ein Objekt ist, mit um so unsicheren Linienstil (mehr vom Pfad abweichenden Linien) wird es dargestellt.
Zusammenhänge	Hervorheben einer Kategorie im Modell durch Darstellung der entsprechenden Objekte mit einem abweichenden Linienstil dargestellt, z.B. Modell wird mit geraden Linien dargestellt, alle Runbögen werden mit stärkeren Linien hervorgehoben.

**Tabelle 2:** Visualisierungsmöglichkeiten mit Liniengraphiken

Grundlage für die Verwendung von Liniengraphiken zum Rendern von 3D-Modellen

bilden die Diplomarbeiten von Jutta Schumann [Sch92] und Lars Schumann [Sch97] und weitere Arbeiten am ISG [Str98]. Jutta Schumann beschreibt in ihrer Arbeit ein Linienmodell, das die Generierung ungenauer Liniengraphiken erlaubt. Sie wendet die Beschreibung der Erscheinungsform einer Linie (*Modellinie*) auf die von einem Renderingsystem erzeugten Geradensegmente (*Ziellinien*) an. Die Definition der Modelllinien orientiert sich dabei an den Eigenschaften herkömmlicher Zeichenwerkzeuge.

Lars Schumann führt in seiner Diplomarbeit die Begriffe *Pfad* und *Stil* ein. Sie sind gegenüber den Begriffen *Modellinie* und *Ziellinien* weiter gefaßt und erlauben eine weitergehende Beeinflussung der resultierenden Kurve. Sowohl der Pfad und der Stil selbst, als auch die Attribute werden jetzt durch stückweise polynomiale Kurven beschrieben. Der Stil wird definiert als die Abweichung von einer *Stillinie*, die üblicherweise ein Geradensegment ist. Die aus diesem Linienmodell resultierenden Kurven erscheinen mit traditionellen Zeichenwerkzeugen erstellten Graphiken weit ähnlicher als die durch das ursprüngliche Modell erzeugbaren Linien.

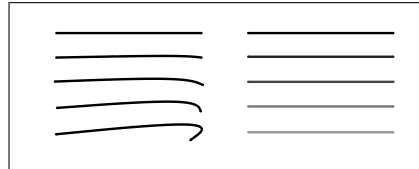
Dieses eben beschriebene Linienmodell nach Lars Schumann wurde im weiteren für die Generierung von Liniengraphiken mit dem im folgenden beschriebenen System verwendet.

## 6.1 Visualisierung mit dem System AncientVis

Bevor jedoch das System und die Generierung von Liniengraphiken beschrieben wird, sollen zuerst die vom System benutzten Datenstrukturen näher erläutert werden. Um über die Geometrie hinausgehende Informationen visualisieren zu können, müssen diese in geeigneter Form abgespeichert werden. Betrachtet man die in Abschnitt 4 beschriebenen Informationen, so fällt auf, daß diese in zwei Kategorien eingeordnet werden können: *Eigenschaften von Objekten* und *Zusammenhänge zwischen Objekten*. Allgemein können allen Elementen der Grundbedingungen, Rahmenbedingungen und Ausgrabungsbefunden entsprechende Eigenschaften und den Elementen der kausalen Zusammenhänge entsprechende Relationen zugeordnet werden. In einigen Fällen können auch Elementen der erstgenannten Gruppe Relationen zugeordnet werden, wie etwa im Fall der Symmetrie als Element der Rahmenbedingungen.

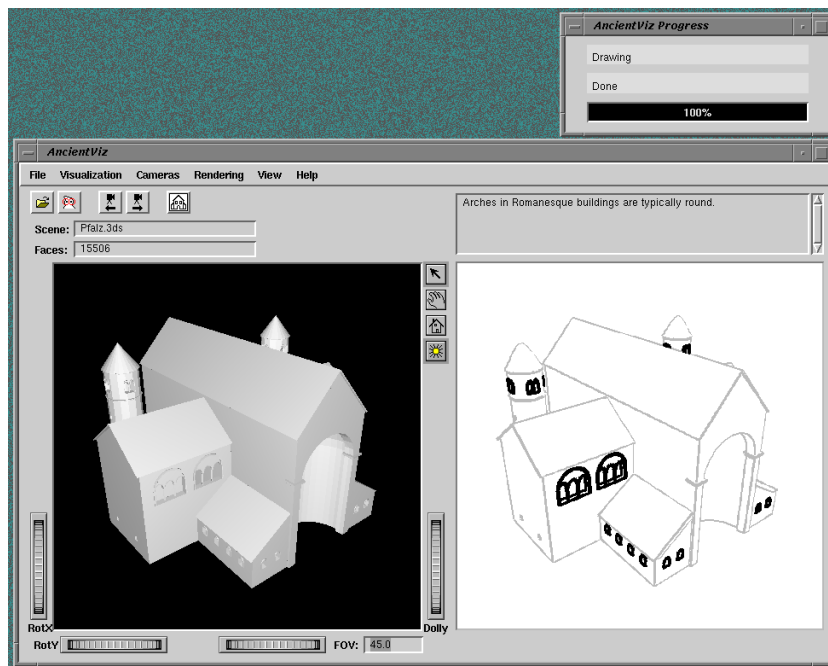
Jedes Objekt in der darzustellenden Szene bekommt also eine oder mehrere Eigenschaften zugewiesen, die attributiert sein können. So würde also jedem Objekt z. B. die Eigenschaft *unsicher* mit einem Wert aus dem Intervall  $[0, 1]$  zugewiesen. Ein Teil der Objekte könnte die Eigenschaft *romanische Epoche* zugewiesen bekommen, wenn sie ein typisches Merkmal der Romanik darstellen. Weiterhin können zwei Objekte eine Relation zugewiesen bekommen. So könnte etwa der linke Gebäudeflügel mit dem rechten Gebäudeflügel in der Relation *Symmetrie* stehen. Solche Beziehungen können gerichtet sein oder auch nicht.

Im System werden die Eigenschaften und Relationen Linienstilen zugeordnet, die eine geeignete Darstellung des zu visualisierenden Sachverhaltes ermöglichen. So werden der Eigenschaft *unsicher* entsprechend dem Attribut verschiedene Linienstile zugeordnet, die durch unterschiedliche Sättigung oder auch unterschiedliche Skizzenhaftigkeit Unsicherheit ausdrücken. Abbildung 6 zeigt exemplarisch unterschiedliche Stufen der genannten Linienattribute zur Darstellung unterschiedlicher Unsicherheit.



**Abbildung 6:** Verschiedene Linienstile zur Darstellung unterschiedlicher Stufen von Unsicherheit

Das System ANCIENVIS wurde in Smalltalk (Visual Works 2.5) implementiert. Es ist in der Lage, 3ds-Dateien einzulesen. Die 3D-Geometrie wird mittels eines OpenGL-Fensters angezeigt. Abbildung 7 zeigt einen Screenshot des Systems.



**Abbildung 7:** Screenshot des Systems ANCIENVIS

Ist für eine bestimmte Modelldatei auch eine entsprechende Hierarchiedatei vorhanden, so wird diese vom System auch geladen. Sie enthält eine Beschreibung der visualisierbaren Sachverhalte und die Zuordnung der Attribute zu den Objekten.

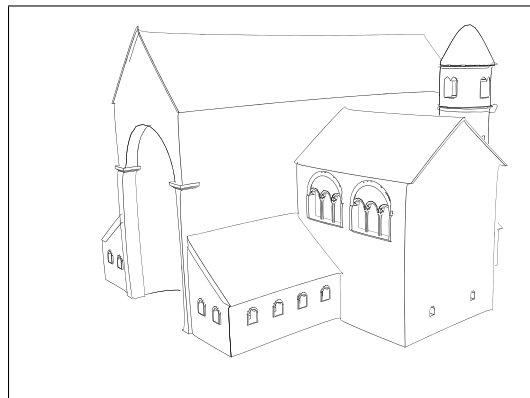


Anhand dieser Informationen und der Daten aus der Modelldatei werden ein Visualisierungsmenü und ein Kameramenü erstellt. Das Visualisierungsmenü erlaubt die Wahl der Visualisierung eines bestimmten Sachverhaltes, das Kamera-Menü die Wahl einer in der Modelldatei vordefinierten Kamera. Der Benutzer kann nun entweder eine vordefinierte Kamera zur Visualisierung auswählen oder sich selbst eine Ansicht mit Hilfe des OpenGL-Fensters einstellen.

Die so eingestellte Sicht auf die Szene wird bei der Auswahl eines Visualisierungsaspektes oder auch durch direktes Aufrufen der Renderfunktion von einem analytischen Linienrenderer gerendert. Anschließend kann der Benutzer verschiedene Visualisierungsaspekte aus dem Visualisierungsmenü auswählen und sich anzeigen lassen. Um einen anderen Aspekt anzuzeigen, muß das Modell nicht erneut gerendert werden, sondern die Render-Ausgabe in Form von sichtbaren Linien wird einfach unter Anwendung der im System eingestellten Linienstile angezeigt. Nur wenn die Darstellung einer neuen Ansicht gewünscht wird, ist ein erneutes Rendering notwendig.

Falls der Benutzer es wünscht, kann er auch die voreingestellten Linienstile durch andere Linienstile ersetzen. In der derzeitigen Version erlaubt das System die Einstellung eines Standardstiles (der benutzt wird, wenn keine Visualisierungsaspekt eingestellt ist), die Einstellung eines Vordergrund- und eines Hintergrund-Stiles (die bei eingestelltem Aspekt genutzt werden), die Einstellung eines Ausgangs- und Zielstiles (für das Hervorheben von Zusammenhängen) und die Angabe einer Liste von Unsicherheitsstilen (die die zunehmende Unsicherheit visualisieren).

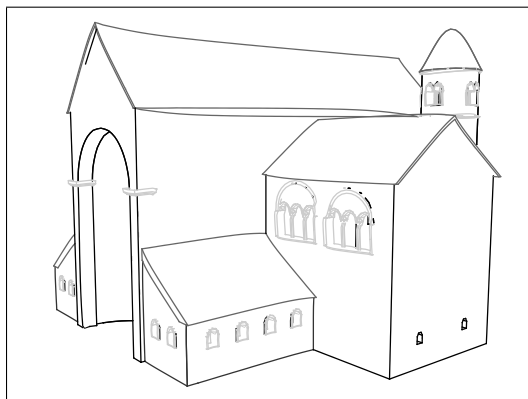
Nun sollen einige Beispielbilder vorgestellt werden, die mit ANCIENVIS erzeugt wurden. Abbildung 8 zeigt eine einfache Darstellung, bei der der Standardstil auf einen skizzenhaften Linienstil gesetzt wurde, um Unsicherheit im allgemeinen auszudrücken.



**Abbildung 8:** Skizzenhafte Liniengraphik zur Darstellung von Unsicherheit

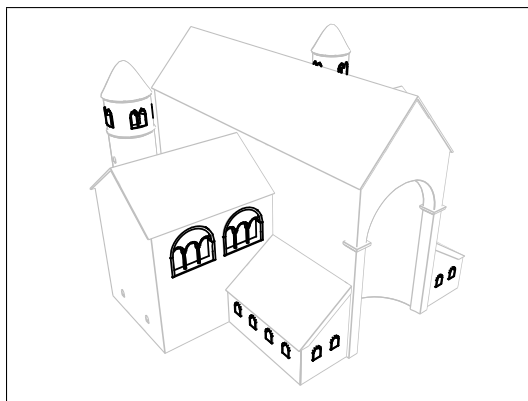
In Abbildung 9 wurde der objektspezifische Unsicherheitsgrad genutzt, um das Ob-

jekt in einem Liniestil darzustellen, der einen entsprechenden Grad von Unsicherheit ausdrückt.



**Abbildung 9:** Darstellung objektabhängiger Unsicherheit

Mit Abbildung 10 wird eine typische Eigenschaft des Romanischen Baustils visualisiert: die Verwendung von Rundbögen. Die hervorgehobenen Objekte (Fenster) haben das Attribut *Rundbogen* zugeordnet bekommen und werden daher in diesem Falle hervorgehoben dargestellt, wohingegen alle anderen Objekte durch die Verwendung eines entsprechenden Liniestils in den Hintergrund rücken.



**Abbildung 10:** Visualisierung der Rahmenbedingungen: Rundbögen der Romanik

## 6.2 Kritik

Das vorliegende Programm ANCIENTVIS erlaubt die einfache interaktive Generierung von Bildern, die die Unsicherheit und die getroffenen Modellierungsentscheidungen einer vorliegenden virtuellen Rekonstruktion visualisieren.

Ein großer Nachteil des vorgestellten Ansatzes besteht darin, daß der analytische Linienrenderer sehr viel Systemressourcen benötigt. Ein Renderingvorgang dauert daher relativ lange, z. B. beim benutzten Modell der Magdeburger Kaiserpfalz mit ca. 15500 Polygonen auf einer SGI Onyx 2 ungefähr 10 Minuten.

Ein weiterer Nachteil besteht in der Bindung eines Linienstils an die im Modell definierten Objekte. Verschiedene Linienstile können nur von Objekt zu Objekt, jedoch nicht innerhalb eines Objektes variiert werden. Eine Visualisierung der mit der Entfernung vom Boden wachsenden Unsicherheit der Rekonstruktion ist so nicht möglich. Auf dieses Problem wird in Abschnitt 6.4 noch im Detail eingegangen.

### 6.3 Erweiterungen und zukünftige Arbeiten

Abbildung 11 zeigt die Darstellung der Unsicherheit der Turmtreppe. Der Unsicherheitswert der Treppenstufen wird mit zunehmender Höhe größer, und somit wird auch ein zunehmend skizzenhafter Linienstil zur Darstellung verwendet. Somit wird der Eindruck von zunehmender Unsicherheit erzeugt. Abbildung 11(a) zeigt das von ANCIENVIS erzeugte Bild. Hier ist erkennbar, daß der Renderer bei Objekten, die über das Viewing Volume hinausgehen, fehlerhafte Triangulierungskanten erzeugt. Das liegt an der fehlerhaften Zuordnung der berechneten Schnittkanten zu den erzeugten Schnittflächen und daher an falsch berechneten Glättungsinformationen. Der Linienrenderer müßte so modifiziert werden, daß er Graphiken erzeugt, wie in Abbildung 11(b) dargestellt, in der die überflüssigen Kanten nicht mehr erscheinen.

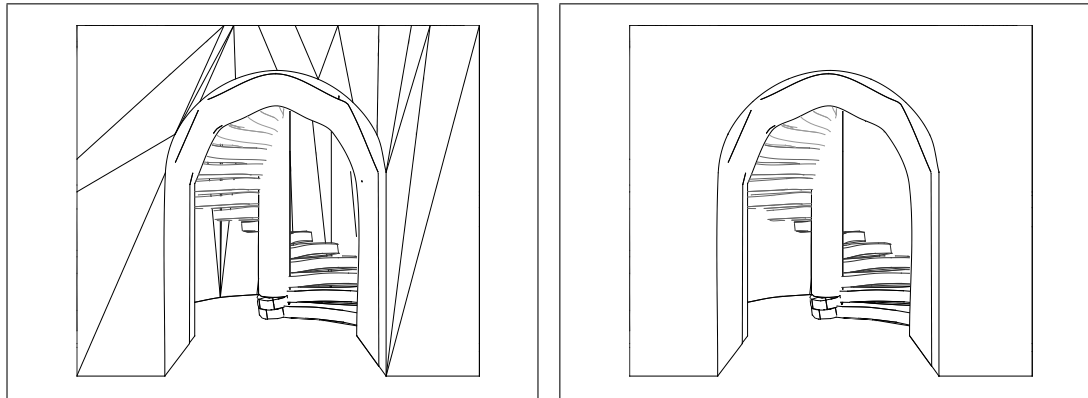
In einer Erweiterung könnte das Programm auch das Einblenden von Bildern für eine bestimmte Blickrichtung (also Kameraposition) oder Texten unterstützen, um z. B. Analogieschlüsse und Zusammenhänge besser visualisieren zu können. So wäre es dann auch möglich, Bilder wie in Abbildung 11(c) und Abbildung 12 dargestellt zu erzeugen.

Im in Abbildung 12 dargestellten Beispiel ist ein Bild des Vorbildes der Apsis der Kaiserpfalz mit in das Bild eingeblendet worden, um den Analogieschluß zu visualisieren.

Weiterhin wäre es wünschenswert, einen Editor für die Hierarchiefiles benutzen zu können, der die Attributierung der Objekte unterstützen würde. Im derzeitigen Stand der Entwicklung ist es immer noch notwendig, das Hierarchiefile in einem Texteditor zu erstellen bzw. zu verändern.

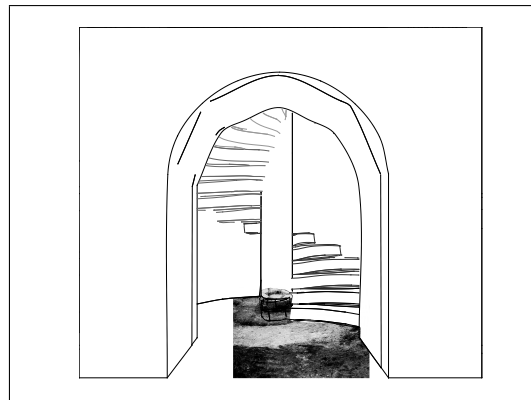
### 6.4 Ausblick: Mögliche Erweiterung des Pfadansatzes für Liniengraphiken

Zuletzt soll nun noch ein Problemlösungsvorschlag für den in Abschnitt 6.2 bereits angesprochenen Nachteil des System, der in der Bindung an die Objekte besteht, vor-



(a) Von ANCIENTVIS erzeugtes Bild

(b) Von Renderfehlern befreites Bild



(c) Bild mit zusätzlich eingeblendetem Foto

**Abbildung 11:** Visualisierung zunehmender Unsicherheit der Treppenstufen

gestellt werden. Für einige Visualisierungsaufgaben wäre es notwendig, unabhängig von den Objekten den Linien Stile zuzuordnen und somit auf der Ebene der Ausgabelinien arbeiten zu können. Ein Beispiel wäre die Visualisierung der mit dem Abstand vom Boden steigende Unsicherheit der Kaiserpfalz.

Der Fall einer derartigen Visualisierung ist nicht trivial, da es vor dem Rendervorgang nicht vorhersagbar ist, für welche Objekte welche Ausgabelinien generiert werden. Somit ist es notwendig, sich völlig von den Objekten zu lösen. Daher wird die folgende Vorgehensweise vorgeschlagen.

In Modellkoordinaten werden zwei Punkte  $P$  und  $Q$ , die eine Strecke beschreiben, und eine auf  $[0, 1]$  definierte Funktion  $f$  definiert. Die Funktion  $f$  liefert abhängig von den Ortskoordinaten auf der Strecke einen Ausgabewert, der für alle Linien



**Abbildung 12:** Visualisierung eines Analogieschlusses bei der Modellierung der Apsis

am ihrem Schnittpunkt mit der von den Ortskoordinaten definierten zur gegebenen Strecke senkrechten Ebene gilt. Für eine Visualisierungsaufgabe wird dann eine oder mehrere dieser Gruppen von Punkten und Funktionen definiert, deren Werte die Linien und damit die Pfade attributieren. Diese Attributierung wird von geeigneten Stilen benutzt, um entsprechende Graphiken zu erzeugen.

Die vorgeschlagene Methode soll nun anhand des oben schon angesprochenen Beispiels der Visualisierung einer mit dem Abstand vom Boden steigenden Unsicherheit demonstriert werden. Punkt  $P$  liegt in diesem Beispiel in einer zur Grundfläche parallelen Ebene, in der auch der tiefste Punkt des Modells liegt. Punkt  $Q$  liegt analog in einer zur Grundfläche parallelen Ebene, in der der höchste Punkt des Modells liegt, aber senkrecht über Punkt  $P$ . Die Funktion  $f$  sei

$$f(x) = -0,9x + 1.$$

Die durch die Funktion definierte Attributierung der Pfade wird genutzt, um die Skizzenhaftigkeit des Stiles zu bestimmen, der zur Darstellung genutzt wird. So wird die Pfalz mit zunehmender Höhe zunehmend skizzenhaft dargestellt.

Ein weiteres Beispiel wäre die Visualisierung des zweiten Geschosses. Die Punkte  $P$  und  $Q$  werden analog zum vorigen Beispiel definiert, die Funktion  $f$  sei beispielsweise als

$$f(x) = \begin{cases} 0,3 & x \leq 0,4 \\ 1 & x > 0,4 \end{cases}$$

definiert. In diesem Falle wird die durch die Funktion definierte Attributierung der Pfade genutzt, um die Linienstärke und/oder -sättigung zu bestimmen. Damit würden die oberen  $\frac{3}{5}$  des Pfalzgebäudes hervorgehoben dargestellt, ohne daß zusätzliche Objekte definiert werden müssen.

## 7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden zwei Ansätze vorgestellt, mit denen sich Bilder erzeugen lassen, die Entscheidungen während des Modellierungsprozesses virtueller Rekonstruktionen und die damit verbundene Unsicherheit visualisieren. Im ersten Ansatz wurden herkömmliche Programme wie Adobe Photoshop benutzt und photorealistisch gerenderte Bilder mit zusätzlichen Informationen angereichert.

Im zweiten Ansatz wurden Liniengraphiken eingesetzt, um eine dem Entwurfs- und Unsicherheitscharakter der Bilder angepaßtere Darstellungsform zu nutzen. Durch die Verwendung unterschiedlicher Linienstile ist es auf einfache Weise möglich, verschiedene Aspekte der virtuellen Rekonstruktion hervorzuheben und näher zu erläutern. Das vorgestellte System ANCIENTVIS erlaubt es, derartige Bilder interaktiv zu erstellen. Der Nachteil der Bindung an die Objekte wurde angesprochen und ein Lösungsvorschlag vorgestellt.

## Abbildungsverzeichnis

1	Bilder der virtuellen Rekonstruktion der Dresdener Frauenkirche, der Hauptsynagoge in Frankfurt/Main und des Schlosses Falkenstein . . .	4
2	Ursprüngliches Bild der Ausgrabung und gleiches Bild mit hineingerechneter Pfalz . . . . .	9
3	Vergleich: Bild mit noch zu kleiner Pfalz und Bild mit korrekt eingerechneter Pfalz . . . . .	10
4	Zwei Beispiele für zusätzliche Erklärungen in Bildern . . . . .	12
5	Hybrides Bild zur Erläuterung des Zusammenhangs Ausgrabung ↔ Modell mit zusätzlichen Erklärungen einzelner Elemente . . . . .	13
6	Verschiedene Linienstile zur Darstellung unterschiedlicher Stufen von Unsicherheit . . . . .	16
7	Screenshot des Systems ANCIENVIS . . . . .	16
8	Skizzenhafte Liniengraphik zur Darstellung von Unsicherheit . . . . .	17
9	Darstellung objektabhängiger Unsicherheit . . . . .	18
10	Visualisierung der Rahmenbedingungen: Rundbögen der Romanik . .	18
11	Visualisierung zunehmender Unsicherheit der Treppenstufen . . . . .	20
12	Visualisierung eines Analogieschlusses bei der Modellierung der Apsis	21

## Tabellenverzeichnis

1	Klassifikation der Modellierungsentscheidungen . . . . .	6
2	Visualisierungsmöglichkeiten mit Liniengraphiken . . . . .	14

## Literatur

[Bau98] Manon Baukhage. Spazierengehen in Häusern, die es noch gar nicht gibt! *P.M. Peter Moosleitners interessantes Magazin*, 1998(12):57–65, November 1998.

[FS97] Maurizio Forte und Alberto Siliotti, Hrsg. *Die neue Archäologie*. Gustav Lübbe Verlag GmbH, Bergisch Gladbach, 1997.

[Ger98] Nahum D. Gershon. Visualization of an Imperfect World. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 18(4):43–45, Juli/August 1998.

- [KGK95] Rudolf Kruse, Jörg Gebhardt und Frank Klawonn. *Fuzzy-Systeme*. Leitfäden der Informatik. B. G. Teubner, Stuttgart, 2. Auflage, 1995.
- [Leh84] Edgar Lehmann. Der Palast Ottos des Großen in Magdeburg. In Friedrich Möbius und Ernst Schubert, Hrsg., *Architektur des Mittelalters - Funktion und Gestalt*, Seiten 42–62. Hermann Böhlaus Nachfolger, Weimar, 1984.
- [LSPW96] Suresh K. Lodha, Bob Sheehan, Alex T. Pang und Craig M. Wittenbrink. Visualizing Geometric Uncertainty of Surface Interpolants. In Wayne A. Davis und Richard Bartels, Hrsg., *Graphics Interface '96*, Seiten 238–245. Canadian Information Processing Society, Canadian Human-Computer Communications Society, Mai 1996.
- [Mec86] Cord Meckseper. Das Palatium Ottos des Großen in Magdeburg. In *Burgen und Schlösser*, Band 27, Seiten 101–115. Hermann Böhlaus Nachfolger, Weimar, 1986.
- [PWL97] Alex T. Pang, Craig M. Wittenbrink und Suresh K. Lodha. Approaches to uncertainty visualization. *The Visual Computer*, 13(8):370–390, 1997.
- [Sch92] Jutta Schumann. Linienqualität in ungenauen Graphiken. Diplomarbeit am Institut für Simulation und Graphik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Magdeburg, Dezember 1992.
- [Sch97] Lars Schumann. Ein parametrisierbares Modell zur Darstellung von Linien. Diplomarbeit am Institut für Simulation und Graphik, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Magdeburg, März 1997.
- [SMI99] Thomas Strothotte, Maic Masuch und Tobias Isenberg. Visualizing Knowledge about Virtual Reconstructions of Ancient Architecture. CGI'99 Canmore, to appear, 1999.
- [SPRF94] Thomas Strothotte, Bernhard Preim, Andreas Raab und David R. Forsy. How to Render Frames and Influence People. In *Computer Graphics Forum*, Nummer 13 in 3, Seiten 455–466, Oslo, September 1994.
- [Str98] Thomas Strothotte. *Computational Visualisation. Graphics, Abstraction and Interactivity*. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Oktober 1998.